

РОЗДІЛ 3

АНАЛІЗ І ПОРІВНЯННЯ МЕТОДІВ ОПТИМІЗАЦІЇ РЕАКТИВНОЇ ПОТУЖНОСТІ

У цьому розділі розглядаються як широко висвітлені у сучасній літературі[6] методи градієнтних спусків (найшвидший спуск, ньютонівський спуск, спуск за спряженим градієнтом), так і менш відомі методи, що розглядаються у конспекті[7] і отримали назву «метод спрощення матриці Гесе». В контексті цієї дипломної роботи всі методи розглядаються для застосування в оптимізації реактивних потужностей режимів електричних мереж. Критерієм оптимізації або функціоналом, що мінімізується, є втрати активної потужності. Ставиться задача порівняння методів за часом розрахунків, кількістю ітерацій, кривизною спуску за максимальним градієнтом і функціоналом (втратами). Розрахунки виконуються як на учбовій схемі, так і на промисловій схемі 330/110 кВ.

1.1. Особливості реалізації методів в комплексі РАОТВ

Для практичної реалізації методів оптимізації реактивних потужностей обрано програмний комплекс Розрахунку, Аналізу і Оптимізації Технологічних Втрат (РАОТВ) [8]. Сучасні комп'ютерні комплекси розрахунку усталеного режиму (ГрафСКАНЕР, КОСМОС, АНАРЕС, Mustang, РАСТР, DIgSILENT PowerFactory та ін.), як правило, виконують розрахунки з точністю 0,5...0,01, що цілком достатньо для аналізу режиму (напруги, струми, потоки потужностей, сумарні втрати та ін.). В комплексі РАОТВ перші похідні (градієнти) і другі похідні (елементи матриці Гесе) визначаються чисельним способом. Наприклад, перша та друга похідні за реактивною потужністю для i -го вузла визначається виразами (рис. 3.1):

$$g_i = \frac{\partial \Delta P}{\partial Q_i} \approx \frac{\Delta P_3 - \Delta P_1}{2\Delta Q_i}$$

$$G_{ii} = \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial Q_i^2} \approx \frac{\Delta P_3 + \Delta P_1 - 2\Delta P_2}{\Delta Q_i^2}$$

де G_{ii} – діагональний елемент матриці Гесе.

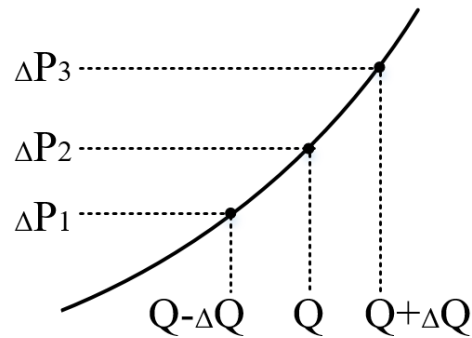


Рисунок 3.1 – Чисельний розрахунок першої і другої похідних втрат по реактивній потужності

При цьому значення ΔQ_i повинні бути досить малими, оскільки обчислюється похідна, а з іншої сторони достатніми для відчутної різниці між ΔP_1 , ΔP_2 , ΔP_3 . На практиці значення $\Delta Q_i = U_{\text{ном}} \cdot 10^{-3}$, а точність розрахунків повинна сягати $10^{-6} - 10^{-8}$.

У більшості методів спуску використовують одновимірну мінімізацію. Оскільки функція $\Delta P(Q_i)$ має вигляд схожий з параболою, то її апроксимують квадратичною функцією $\Delta P(Q_i) = A Q_i^2 + B Q_i + C$, а коефіцієнти A , B , C визначають за трьома точками ΔP_1 , ΔP_2 , ΔP_3 . Оскільки для визначення похідних необхідно виконувати серію розрахунків режимів, та ще з великою точністю ($10^{-6} - 10^{-8}$), що займає левову частку часу оптимізації, значення трьох точок ΔP_1 , ΔP_2 , ΔP_3 (рис. 3.1) також використовуються для апроксимації функції втрат параболою.

За відомою функцією параболи можна визначити Q_i для мінімуму втрат (рис. 3.2).

$$A = \Delta P_1 + \Delta P_3 - 2\Delta P_2; \quad B = (\Delta P_1 - \Delta P_3) \cdot \Delta Q;$$

$$Q_{i \min}^* = -\frac{B}{2A}$$

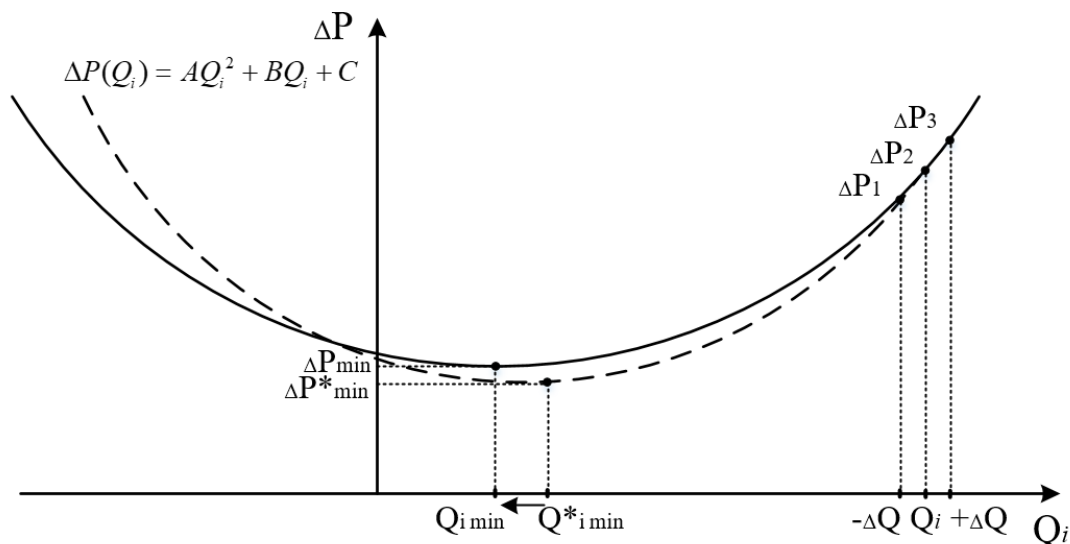


Рисунок 3.2 – Апроксимація функції втрат параболою

Слід зазначити, що апроксимована і реальна функція втрат мають розбіжності і оптимальні значення $Q_{i\ min}^*$ і $Q_{i\ min}$ також не співпадають. Деякі методи (найшвидший спуск, спряжений градієнт) можуть потребувати уточнення $Q_{i\ min}^* \rightarrow Q_{i\ min}$. Цей процес в комплексі РАОТВ реалізується серією розрахунків режимів з додаванням до $Q_{i\ min}^*$ деякої величини ΔQ , яка змінює знак і зменшується вдвічі при зростанні ΔP . Зауважимо, що цей процес може суттєво збільшуватися час оптимізації і вважається недоліком методу.

1.2. Графічна інтерпретація методів

Для графічної інтерпретації методів використано учбову схему (рис. 1.2). Оскільки для графічної інтерпретації на площині необхідні дві координати, будемо виконувати оптимізацію у двох вузлах – 208, 209.

2.2.1 Метод найшвидшого спуску (метод НС)

В методі використовується класична формула спуску за вектором-градієнтом:

$$Q^{t+1} = Q^t + \lambda^t \cdot g^t, \quad (3.1)$$

де Q^{t+1} , Q^t – вектор реактивних потужностей відповідно на t -му і $t + 1$ -му кроці спуску; g^t – вектор градієнтів на t -му кроці; λ^t – величина кроку на t -му кроці.

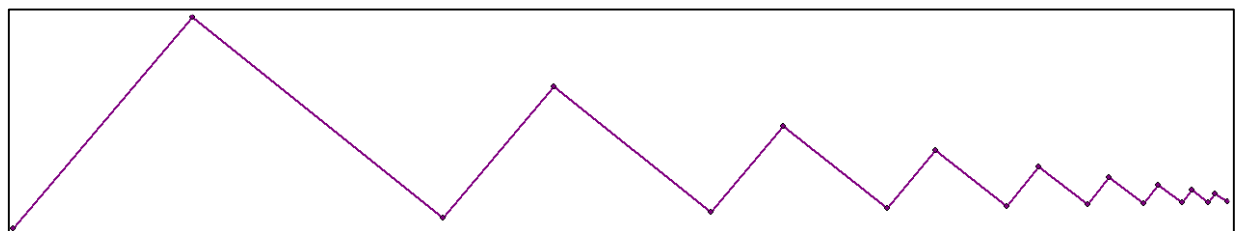
В цьому методі величина кроку λ обирається одновимірною оптимізацією за допомогою апроксимації функції втрат параболою (рис. 3.2). Тобто на кожному кроці у напрямку вектора-градієнта досягається мінімум (рис. 3.3).



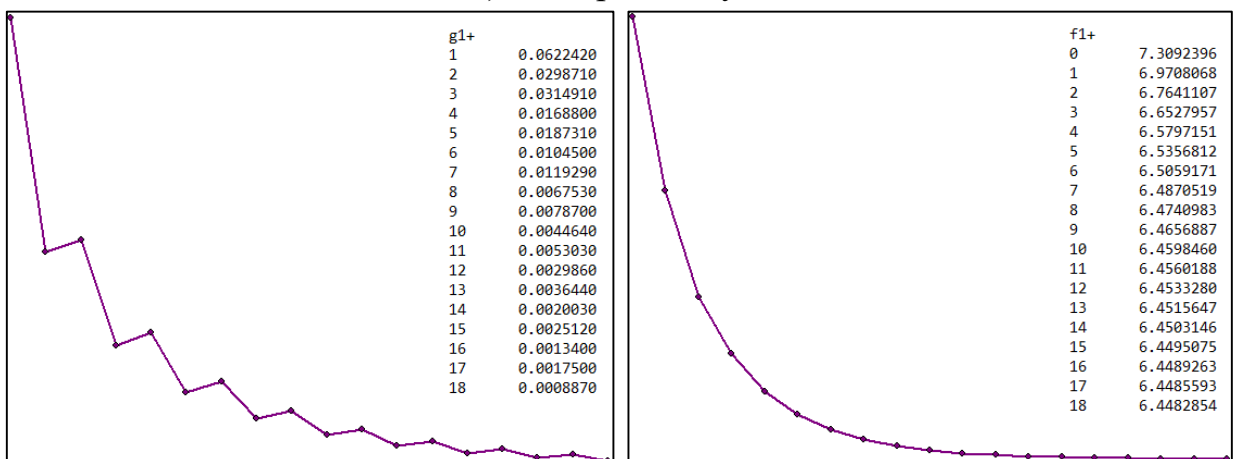
Рисунок 3.3 – Траєкторія кроків методу найшвидшого спуску

Із самого методу випливає, що напрям кожного наступного вектора-градієнта g^{t+1} буде ортогональним до вектора g^t .

В комплексі РАОТВ оптимізація у вузлах 208, 209 проводилась з точністю 10^{-3} (максимальний градієнт $< 0,001$) і точністю розрахунку режиму 10^{-8} . Траєкторії векторного спуску, а також графіки зміни максимального градієнта і функції втрат для методу найшвидшого спуску показано на рис. 3.4.



а) векторний спуск;



б) максимальний градієнт;

в) функція втрат;

Рисунок 3.4 – Траєкторії спуску методу найшвидшого спуску

Слід відзначити два серйозні недоліки методу найскорішого спуску:

1. Навіть для простих схем метод збігається за досить велику кількість ітерацій (в нашому випадку – 18 кроків).
2. На кожному кроці потребується уточнення $Q_{i\ min}^* \rightarrow Q_{i\ min}$, що може значно збільшити витрати часу.

Траєкторія методу без уточнення Q_{min} показана на рис. 3.5.

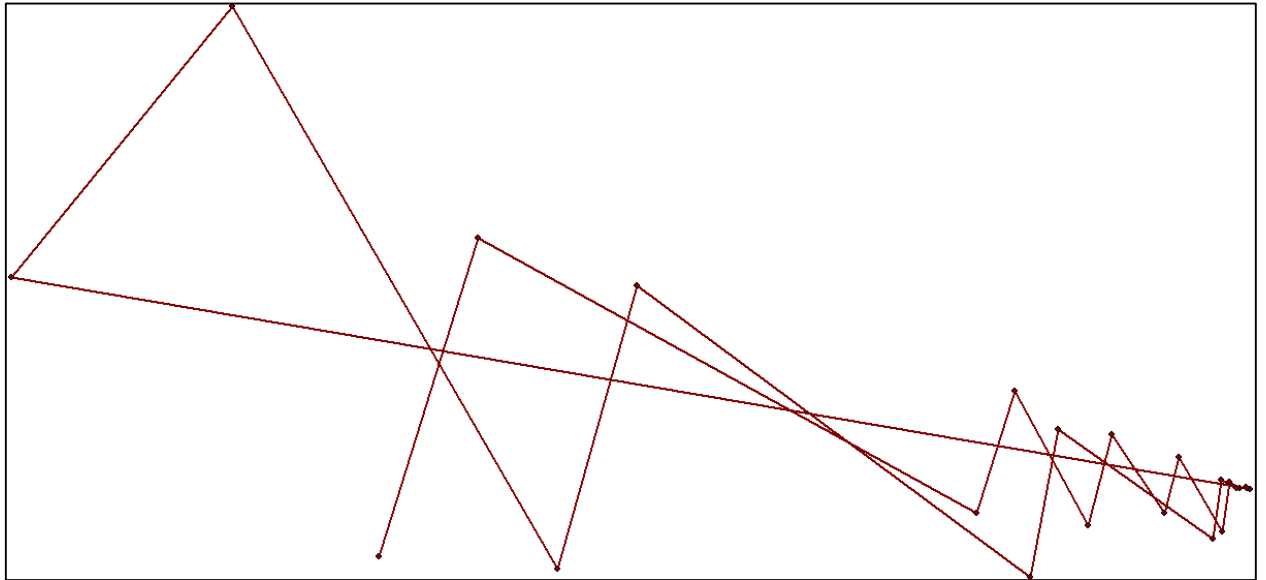


Рисунок 3.5 – Траєкторія векторного спуску методу НС без уточнення Q_{min}

Як видно з рис. 3.5 при наближенні до оптимуму метод може відкидати координати спуску на значну відстань від оптимуму і повторювати процес заново. Процес збігається випадковим чином.

2.2.2 Метод спрощення матриці Гесе або метод координатного спуску (метод КС)

Суть методу полягає в тому, що паралельно з обчисленням градієнту визначається оптимальний крок для кожної окремої координати. Формула спуску має вигляд:

$$Q^{t+1} = Q^t + \lambda^t \cdot \Delta Q_{\text{опт}}^t, \quad (3.2)$$

де $\Delta Q_{\text{опт}}^t$ – вектор оптимальних приростів Q , і, згідно рис. 3.1 і 3.2 для окремої координати визначається формулою:

$$\Delta Q_{\text{опт}} = \frac{(\Delta P_3 - \Delta P_1) \cdot \Delta Q}{2(\Delta P_1 + \Delta P_3 - 2\Delta P_2)}, \text{ або } \Delta Q_{\text{опт}} = \frac{g_i}{G_{ii}} \quad (3.3)$$

Друге співвідношення дало назву метода, тобто використовується спрощена матриця Гесе (тільки діагональні елементи). В залежності від варіанту визначення λ у формулі (3.2) будемо розрізняти дві варіації методу:

КС+ : значення λ^t визначається одновимірною оптимізацією у напрямку $\Delta Q_{\text{опт}}^t$ (без уточнення);

КС- : значення λ^t визначається для кожної координати як відношення градієнту координати до довжини вектору градієнту:

$$\lambda_i^t = \frac{g_i}{\sqrt{\sum g_i^2}}, \quad (3.4)$$

Траєкторії спуску методів КС+, КС- у порівнянні з методом НС показано на рис. 3.6.

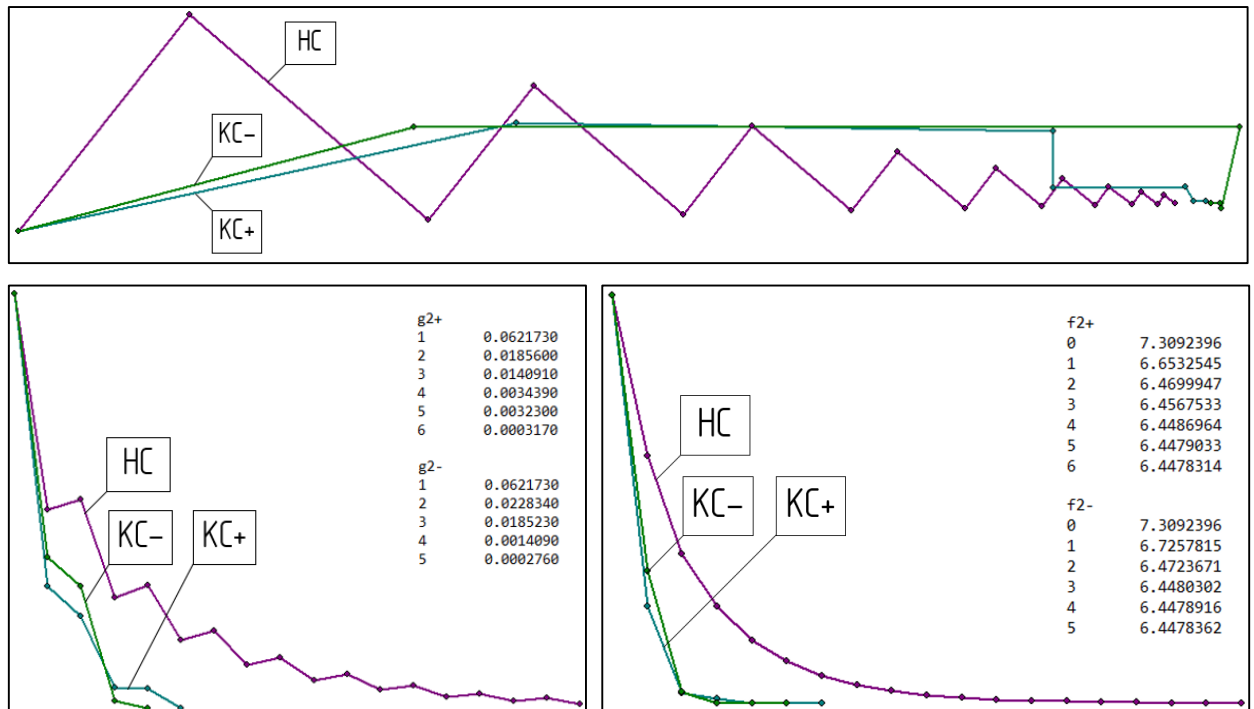


Рисунок 3.6 – Траєкторії спуску методу КС

Методи КС+, КС- збігаються значно швидше за метод НС – відповідно 6 і 5 ітерацій проти 18. Метод не примхливий до точності визначення $\Delta Q_{\text{опт}}$.

2.2.3 Метод спряжених градієнтів (метод СГ)

Метод базується на методі спряжених напрямів, що використовується для розв'язання систем лінійних рівнянь із симетричною матрицею, що також знайшов застосування для розв'язання лінеаризованих нелінійних систем рівнянь.

Перший крок методу співпадає з методом НС, тобто виконується крок в точку оптимуму за напрямом вектора-градієнта. Наступні кроки визначаються з урахуванням попередніх кроків за формулами:

$$\begin{aligned}
 Q^{t+1} &= Q^t + \lambda^t \cdot p^t, \\
 p^t &= -g^t + w \cdot p^{t-1}, \\
 w &= \frac{\Sigma g_i^{t^2}}{\Sigma g_i^{t-1^2}},
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

де p^t, p^{t-1} – поточний і попередній напрями спуску.

Значення λ^t визначається одновимірною оптимізацією. Швидкість збігання методу СГ залежить від точності визначення λ^t , тобто після одновимірної оптимізації бажано уточнювати λ^t . Будемо розрізняти два варіанти методу:

СГ+ - розрахунок λ за квадратичною апроксимацією з уточненням;

СГ- - розрахунок λ за квадратичною апроксимацією без уточнення.

Траєкторії спуску методів СГ+, СГ- у порівнянні з методом НС показано на рис. 3.7.

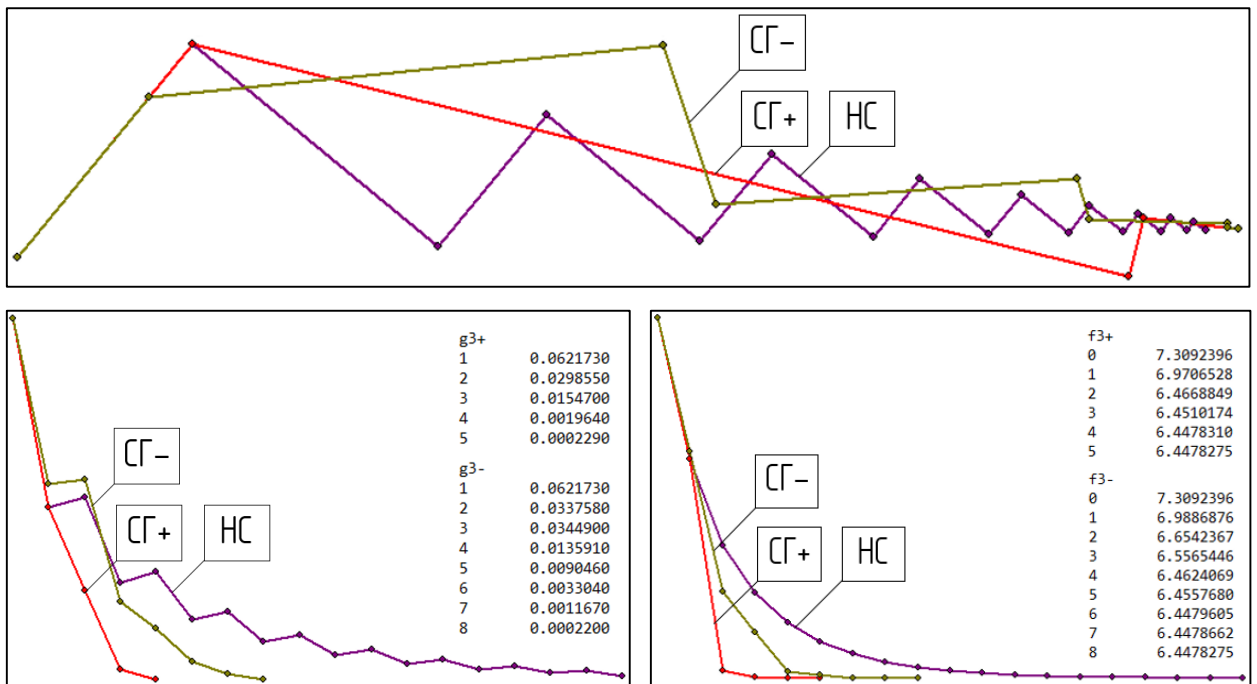


Рисунок 3.7 – Траєкторія спуску методу СГ

Обидва методи збігаються швидше за метод НС – відповідно 5 ітерацій СГ+ і 8 ітерацій СГ-.

2.2.4 Метод спуску за Ньютонівським напрямом (метод N)

Метод базується на апроксимації поверхні функціоналу квадратичною формою, що є розкладанням функціоналу у ряд Тейлора і обмеженням другим порядком похідних:

$$F(Q + \Delta Q) \approx F(Q) + \Delta \bar{Q} \cdot g + \frac{1}{2} \cdot \Delta \bar{Q} \cdot G \cdot \Delta Q, \quad (3.6)$$

де $\Delta Q, \Delta \bar{Q}$ – вектор-стовпець і вектор-строка приростів ΔQ_i ;

G – матриця Гесе;

$F(Q)$ – значення функціоналу, в нашому випадку значення втрат при заданому векторі Q ;

$F(Q + \Delta Q)$ – невідома точка оптимуму функціоналу F .

Умовою знаходження мінімуму функціоналу (3.6) є рівність нулю часткових похідних $\frac{\partial F}{\partial \Delta Q_i}$. Продиференціювавши (3.6) за аргументами ΔQ_i і прирівнявши їх до нуля, отримаємо систему рівнянь:

$$g + G \cdot \Delta Q = 0, \text{ звідки } \Delta Q = -g \cdot G^{-1} \quad (3.7)$$

Таким чином спуск за Ньютонівським напрямом відбувається за формулою:

$$Q^{t+1} = Q^t + \Delta Q^t, \quad (3.8)$$

де значення ΔQ^t на кожному кроці визначається формулою (3.7).

Будемо розрізняти два варіанти методу:

1. N+ – матриця Гесе уточнюється на кожному кроці;
2. N- – матриця Гесе розраховується один раз на першому кроці.

Траєкторії спуску методів N+, N- в порівнянні з методом НС показано на рис. 3.8.

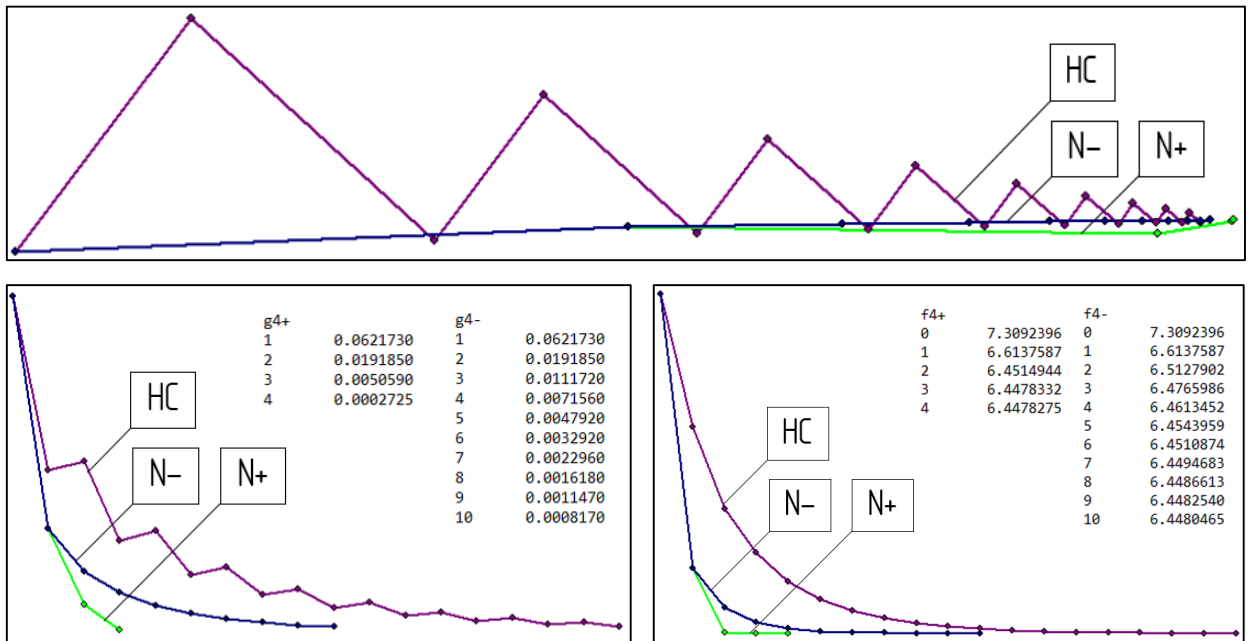


Рисунок 3.8 – Траекторія спуску методу N

Метод N+ має найменшу кількість ітерацій – 4, метод N- - 10 ітерацій. Недоліком методу є витрати часу на розрахунок і обернення матриці Гесе.

1.3. Порівняння методів на промисловій схемі 330/110 кВ

В якості промислової схеми обрано схему 330/110 кВ Центральної енергосистеми, що включена до об'єднаної схеми НЕК "Укренерго". Загальні характеристики схеми показані на рис. 3.9.

```

Схема : Центр 30 (НЭК) (Дата расчета: 06.06.2018 13:11:12)
Узлов=1442 Ветвей=2092 Контуров=719 ВП=17 #M=53

Точность расчета : 1E-6
Невязка по напряжению : 0,000001, узел: -2286 Кубанская
Невязка по конт.токам : 0,000000
Количество итераций : 646, время расчета: 0.357 сек

Потребление : 60273.624 МВт 27961.217 МВАр
    Район № 1: 3754.000 МВт 1159.000 МВАр
    Район № 2: 482.000 МВт 159.000 МВАр
Генерация : -61263.786 МВт -27310.870 МВАр
    Район № 1: -2203.000 МВт -922.093 МВАр
    Район № 2: 0.000 МВт 0.000 МВАр
Балансная мощность : 0.000 МВт 0.000 МВАр
Потери в схеме : 990.162 МВт -650.347 МВАр
    Район № 1: 85.133 МВт -190.111 МВАр
    Нагрузочные потери : 848.564 МВт 10202.100 МВАр
        от актив.перетоков: 779.045 МВт
        от реакт.перетоков: 69.519 МВт
    Потери холост.хода : 141.598 МВт -10840.268 МВАр
        шунтирующие реакт.: 26.754 МВт 16435.187 МВАр
        конденсатор. уст. : 0.000 МВт -12.179 МВАр
Небаланс в схеме : -0.000 МВт -0.000 МВАр
  
```

Рисунок 3.9 – Загальні характеристики схеми 330/110 кВ

Для кожного вузла схеми виконано розрахунок ЕЕРП (економічного еквіваленту реактивної потужності) або похідної $\frac{\partial \Delta P}{\partial Q}$. За максимальними значеннями ЕЕРП обрано 30 вузлів для оптимізації реактивної потужності. Оптимізацію виконано трьома методами: КС, СГ, N у варіантах “+” і “-”. Результуючі реактивні потужності наведені в табл. 3.1. Розбіжності за величиною реактивної потужності показано на рис. 3.10.

Таблиця 3.1. – Результати оптимізації реактивної потужності (кВАр)

$N_{\text{вузла}}$	КС+	КС-	СГ+	СГ-	N+	N-
207	17643	17486	17422	17542	17630	17496
236	27727	26879	28111	27963	27677	27598
304	36032	35359	36246	35883	36021	35769
306	23656	22993	23697	23295	23621	23516
312	14754	14474	14804	14937	14733	14665
328	10465	11266	10411	10289	10364	10332
335	41858	41019	42612	42933	42275	41927
398	14258	14054	14306	14404	14242	14213
462	8524	9235	7937	8184	8210	8169
491	16829	15866	17505	17643	17345	17306
523	12942	12847	13107	13137	12963	12870
526	17748	17610	17616	17450	17774	17648
529	7150	7756	6525	6561	6630	6582
538	4170	4329	3525	3394	4024	3641
548	22238	21781	22030	22211	22295	22181
549	9931	9857	9573	9359	9967	9916
554	29430	28599	29518	29368	29396	29283
555	12663	12513	12719	12485	12685	12614
579	11114	10768	11963	12023	11722	11549
588	11367	11218	11292	11309	11347	11333
597	18759	18630	18742	18607	18755	18625
1207	62566	58418	67221	67167	70989	71036
1208	61067	54182	62075	62068	67439	67447
1213	46380	43669	52127	51740	46147	45864
1223	30858	30261	30656	31228	30902	30777
1224	36841	35962	37022	37465	36835	36741
1264	25271	31426	22458	22381	18922	18468
1265	19569	29419	16138	16206	14868	13982
1314	33455	33065	30222	30475	33053	32729
1332	4332	4411	5241	5094	4468	4800

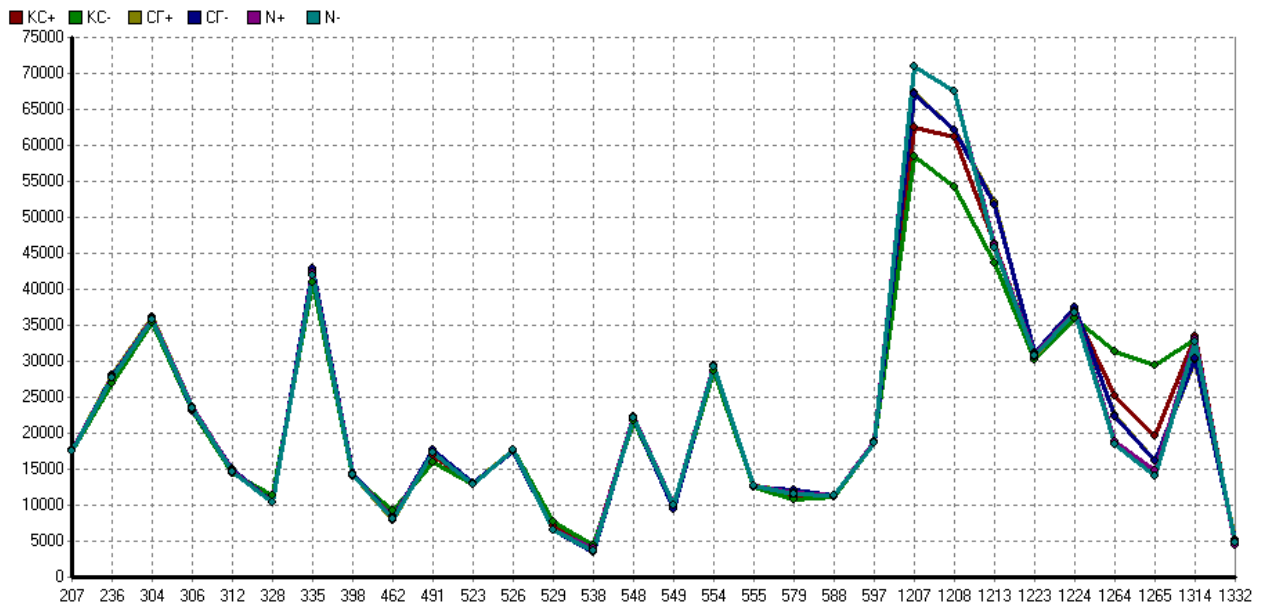


Рисунок 3.10 – Розбіжності за величиною реактивної потужності

Як видно з рис. 3.10 всі методи дають практично однакові результати окрім вузлів 1207, 1208 (СВЯТОШИНО Т1, Т2) і 1264, 1265 (ЛЕПСЕ Т1, Т2), що може бути пояснено тим, що ці вузли розташовані поруч, і при різниці в окремих значеннях Q , сумарні значення для різних методів практично співпадають.

В таблицях 3.2-3.7 показано траєкторії спусків різних методів. На рис. 3.11 – 3.12 показані суміщені графіки спусків за градієнтом і функціоналом.

Таблиця 3.2. – Координатний спуск із уточненням (КС+)

N	Град. (g_{max})	Функціонал (F)	ΔF
0	0.0000000	990.1620918	990.1620918
1	0.1138697	978.0287634	12.1333284
2	0.0687456	975.8790399	2.1497235
3	0.0301807	975.4318773	0.4471626
4	0.0212913	975.2849472	0.1469301
5	0.0049815	975.2603176	0.0246297
6	0.0037414	975.2521951	0.0081225
7	0.0007573	975.2498886	0.0023065
Час розрахунку: 02хв 08с			

Таблиця 3.3. – Координатний спуск без уточнення (КС-)

N	Град. (g_{max})	Функціонал (F)	ΔF
0	0.0000000	990.1620918	990.1620918
1	0.1138697	980.9645336	9.1975582
2	0.0667905	977.5913401	3.3731936
3	0.0388120	976.2437554	1.3475846
4	0.0226592	975.6885676	0.5551878
5	0.0134404	975.4544673	0.2341003
6	0.0081306	975.3506307	0.1038366
7	0.0049825	975.3053785	0.0452522
8	0.0030897	975.2852746	0.0201040
9	0.0019441	975.2755163	0.0097583
10	0.0012715	975.2695847	0.0059316
11	0.0010042	975.2655414	0.0040433
12	0.0009712	975.2624794	0.0030620
Час розрахунку: 03хв 32с			

Таблиця 3.4. – Спряжений градієнт із уточненням (СГ+)

N	Град. (g_{max})	Функціонал (F)	ΔF
0	0.0000000	990.1620918	990.1620918
1	0.1138697	979.4898189	10.6722729
2	0.0435826	976.8253638	2.6644551
3	0.0408288	975.8409318	0.9844320
4	0.0147805	975.4784775	0.3624544
5	0.0075135	975.3534711	0.1250063
6	0.0074359	975.3163328	0.0371384
7	0.0040522	975.2970325	0.0193003
8	0.0016691	975.2872654	0.0097671
9	0.0021915	975.2829720	0.0042933
10	0.0016115	975.2798444	0.0031276
11	0.0011545	975.2732665	0.0065779
12	0.0017665	975.2676407	0.0056258
13	0.0020424	975.2631736	0.0044671
14	0.0015475	975.2579488	0.0052248
15	0.0012467	975.2531859	0.0047629
16	0.0017407	975.2508393	0.0023466
17	0.0009206	975.2497077	0.0011316
Час розрахунку: 07хв 06с			

Таблиця 3.5. – Спряжений градієнт без уточнення (СГ-)

N	Град. (g_{max})	Функціонал (F)	ΔF
0	0.0000000	990.1620918	990.1620918
1	0.1138697	980.5903502	9.5717416
2	0.0364916	977.3909075	3.1994426
3	0.0237327	975.9946813	1.3962262
4	0.0221836	975.6009201	0.3937612
5	0.0115792	975.4095579	0.1913622
6	0.0071210	975.3340437	0.0755142
7	0.0052077	975.3106231	0.0234206
8	0.0024580	975.2945278	0.0160953
9	0.0020833	975.2869825	0.0075453
10	0.0024759	975.2828513	0.0041312
11	0.0011535	975.2795963	0.0032551
12	0.0011594	975.2752540	0.0043423
13	0.0023885	975.2692073	0.0060467
14	0.0018810	975.2644805	0.0047268
15	0.0013758	975.2604117	0.0040689
16	0.0018025	975.2560398	0.0043719
17	0.0019419	975.2520408	0.0039990
18	0.0010658	975.2504857	0.0015551
19	0.0008417	975.2495511	0.0009346
Час розрахунку: 05хв 55с			

Таблиця 3.6. – Спуск за Ньютонівським напрямом із уточненням (N+)

N	Град. (g_{max})	Функціонал (F)	ΔF
0	0.0000000	990.1620918	990.1620918
1	0.1138702	976.8909487	13.2711431
2	0.0311975	975.2719482	1.6190005
3	0.0035902	975.2455686	0.0263797
4	0.0000626	975.2455586	0.0000100
Час розрахунку: 10хв 11с			

Таблиця 3.7. – Спуск за Ньютонівським напрямом без уточнення (N-)

N	Град. (g_{max})	Функціонал (F)	ΔF
0	0.0000000	990.1620918	990.1620918
1	0.1138702	976.8909487	13.2711431
2	0.0311974	975.6916150	1.1993337
3	0.0155456	975.3842212	0.3073938
4	0.0084491	975.2913191	0.0929021
5	0.0047643	975.2611327	0.0301864
6	0.0027373	975.2509504	0.0101823
7	0.0015889	975.2474437	0.0035068
8	0.0009282	975.2462215	0.0012222

Час розрахунку: 04хв 37с

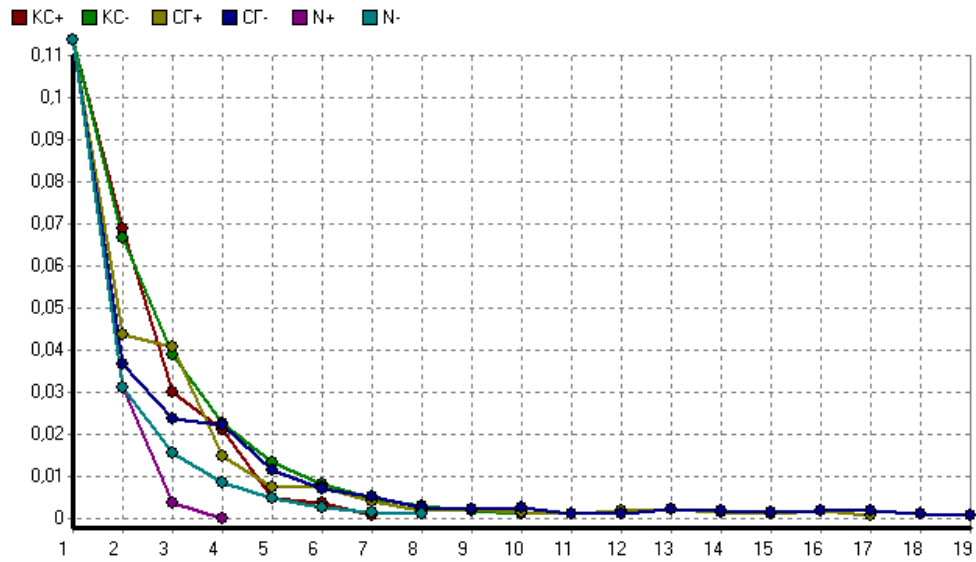


Рисунок 3.11 – Суміщені траєкторії спусків за градієнтом

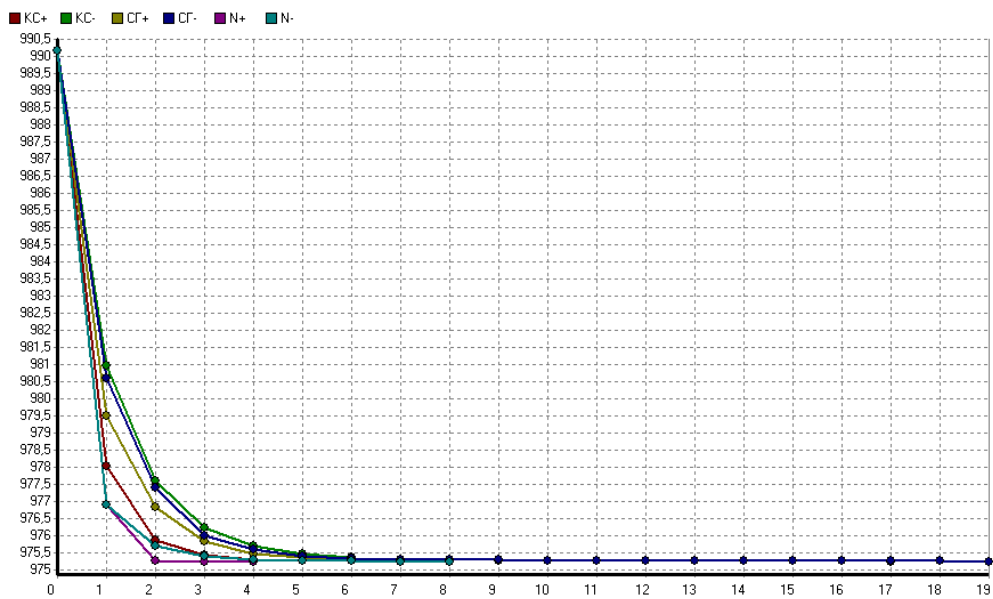


Рисунок 3.12 – Суміщені траєкторії спусків за функціоналом

Висновки

1. За часом розрахунку беззаперечну перевагу слід надати методу КС+: 02 хв 08 с (7 ітерацій), другий за часом метод КС-: 03 хв 32 с (12 ітерацій). Обидва процеси збігаються аперіодично (без коливання).

Метод спряжених градієнтів (СГ+, СГ-) зійшлися за 07 хв 06 с та 05 хв 55 с (17 і 19 ітерацій) відповідно. При досягненні точки, близької до заданої точності (0,001) обидва методи мають коливальний процес збігу. Метод СГ+ не має переваг перед СГ-, навпаки, необхідність уточнювати точку мінімуму відбирає значний час.

Метод Ньютона (N+) очікувано показав мінімум ітерацій (4 ітерації) і максимальний час: 10 хв 11 с. Слід зазначити, що метод N- показав час, ідентичний методу СГ: 04 хв 37 с (8 ітерацій) і має аперіодичну криву збігу.

2. Задачею дипломної роботи була якісна оцінка методів за часом, кількістю ітерацій, процесом збігу, тому розрахунки проведені з точністю по максимальному градієнту 0,001. З практичної точки зору можна обмежитись точністю 0,01. При цьому методи КС і СГ мають практично однакові показники: час збігу 3-5 хв; кількість ітерацій – 5-6.
3. В умовах застосування обмеження за реактивною потужністю (Q_{min} , Q_{max}) і напругою (U_{min} , U_{max}) метод СГ необхідно перезавантажувати, тобто виконувати крок за методом НС, а при постійних обмеженнях метод СГ фактично вироджується в метод НС з великою кількістю ітерацій збігу. Тому для роботи із промисловими схемами в першу чергу слід рекомендувати метод КС.

ЛІТЕРАТУРА

1. Неклепаев Б.Н. Электрическая часть электростанций и подстанций: справочные материалы для курсового и дипломного проектирования / Б.Н. Неклепаев, И.П. Крючков. – М. : Энергия, 1978. – 456 с.
2. Рожкова Л.Д. Электрооборудование станций и подстанций. Учебное пособие для техникумов /Л.Д. Рожкова – М. : Энергия, 1975. – 704 с.
3. Правила улаштування електроустановок. – 5-те вид., переробл. й доповн. – Х. : Видавництво «Форт», 2014. – 800 с.
4. Федосеев А.М. Релейная защита электро-энергетических систем / А.М. Федосеев, М.А Федосеев. – Москва: Энергоатомиздат, 1992 – 528 с.
5. Банін Д. Б. Методичні вказівки до викон. диплом. проекту бакалавра для студ. напряму підготов. 6.050701 «Електротехніка та електротехнології». Моделювання, аналіз та оптимізація електричних режимів / Банін Д.Б., Хоменко О.В., Банін М.Д. – Київ. : НТУУ «КПІ», 2011. – 68 с.
6. Гилл Ф. Практическая оптимизация / Гилл Ф., Мюррей У., Райт М.. ; пер. с англ. Лебедев В.Ю. – М.: Мир, 1985. – 509 с.
7. Банін Д.Б. Конспект лекцій з дисципліни «Алгоритмізація та програмування електроенергетичних задач» / Банін Д.Б., Банін М.Д., Гнатовський А.В. – К. : НТУУ «КПІ», 2013. – 140 с.
8. Банін Д.Б., Банін М.Д., Луців П.Д. Розрахунок та пофідерний аналіз складових технологічних витрат електроенергії в мережах 10(6)/0.4 кВ ВАТ "ЕК "Хмельницькобленерго" за допомогою програмного комплексу РАОТВ // Электрические сети и системы, 2010. Спецвыпуск "ВАТ "ЕК Хмельницькобленерго" 15 років", с.46-67.